

(1)

15以下で15と互いに素である整数は以下の条件を満たす

$$\text{「3の倍数ではない」} \wedge \text{「5の倍数ではない」}$$

つまり、 $f(15)$ は1~15の整数の中から3の倍数と5の倍数を抜けば出る

1~15で3の倍数は $15 \div 3 = 5$ より5個

1~15で5の倍数は $15 \div 5 = 3$ より3個

1~15で15の倍数は $15 \div 15 = 1$ より1個

よって、1~15で3の倍数または5の倍数の合計は $5 + 3 - 1 = 7$ より7個

つまり、 $f(15) = 15 - 7 = 8$ より $f(15) = 8$

(2)

pq 以下で pq と互いに素である整数は以下の条件を満たす

$$\text{「}p\text{の倍数ではない」} \wedge \text{「}q\text{の倍数ではない」}$$

つまり、 $f(pq)$ は1~ pq の整数の中から p の倍数と q の倍数を抜けば出る

1~ pq で p の倍数は $pq \div p = q$ より q 個

1~ pq で q の倍数は $pq \div q = p$ より p 個

1~ pq で pq の倍数は $pq \div pq = 1$ より1個

よって、1~ pq で p の倍数または q の倍数の合計は $p + q - 1$

つまり、 $f(pq) = pq - (p + q - 1) = (p - 1)(q - 1) \quad \therefore f(pq) = (p - 1)(q - 1)$