

$a^2 - a = a(a - 1)$  を  $a$  と  $a - 1$  の掛け算として考えると

$10000 = 2^4 \cdot 5^4$  であるから  $a(a - 1)$  も素因数の一意性より  $2^4 \cdot 5^4$  の素因数を持つ

そして  $a$ : 奇数、 $a - 1$ : 偶数より

$$a \equiv 0 \pmod{5^4 = 625}, a - 1 \equiv 0 \pmod{2^4 = 16}$$

となるため  $a = 625k$  ( $k$ : 奇数の自然数) として考えると

$$3 \leq a \leq 9999 \text{ より、 } k = 1, 3, 5 \dots 15 \text{ となる}$$

また  $a - 1 \equiv 0 \pmod{2^4 = 16}$  が成り立つ必要があるため

$$a - 1 \equiv 625k - 1 \equiv (16 \cdot 39 + 1)k - 1 \equiv k - 1 \equiv 0 \pmod{16} \text{ ①}$$

を満たす必要がある

$k = 1, 3, 5 \dots 15$  を考えると ① を満たす  $k$  は 1

$$\therefore a = 625 \text{ となる}$$