①と$l$、②と$l$の接点をそれぞれ

$P(p,-e^{-p})$、$Q(q,e^{aq})$と置く

$P$における接戦は$y'=e^{-x}$より

$$y=e^{-p}(x-p)-e^{-p}\Leftrightarrow y=e^{-p}x-e^{-p}(p+1)\cdots③$$

$Q$における接戦は$y'=ae^{ax}$より

$$y=ae^{ax}(x-q)+e^{aq}\Leftrightarrow y=ae^{aq}x-e^{aq}(aq-1)\cdots④$$

③と④は一致するため以下が成立

$$\begin{cases} e^{-p}=ae^{aq} & ⑤ \\ e^{-p}(p+1)=e^{aq}(aq-1) & ⑥ \end{cases}$$

⑥の両辺に$a$をかけて

$$ae^{-p}(p+1)=ae^{aq}(aq-1)$$

⑤より

$$ae^{-p}(p+1)=e^{-p}(aq-1)$$

両辺$e^{-p}$で割って($\because e^{-p}\neq 0$)

$$a(p+1)=aq-1\Leftrightarrow aq=a(p+1)+1$$

⑤に代入して

$$e^{-p}=ae^{a(P+1)+1}\Leftrightarrow ae^{(a+1)(p+1)}=1\Leftrightarrow (a+1)(p+1)=-\log a$$

$$\therefore p=-1-\frac{\log a}{a+1}$$